

# Spannungsverteilungen in Sandhaufen

Alexander Schinner

Klaus Kassner

Otto-von-Guericke Universität Magdeburg

Hans-Georg Matuttis

ICA1 Stuttgart



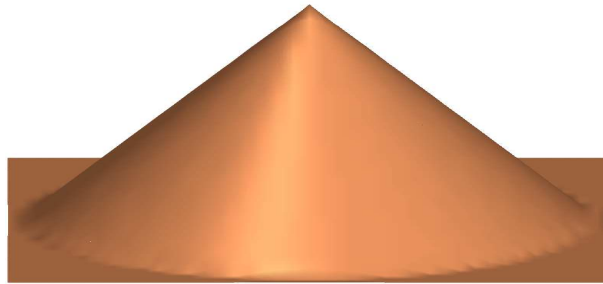
Regensburg, den 23. März 1998



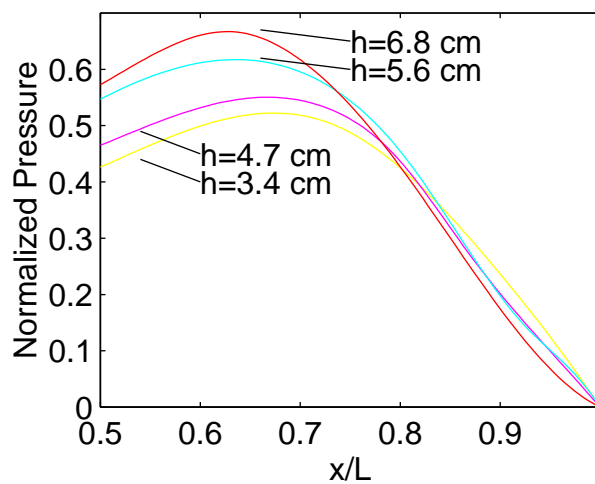
## Fragestellung

- Wie ist die Druckverteilung unter Sandhaufen ?
- Wie kann ich Informationen aus dem Inneren erhalten ?
- Wie berechne ich die Spannungsverteilung ?
- Was besagen die Ergebnisse über die Kontinuumstheorien ?

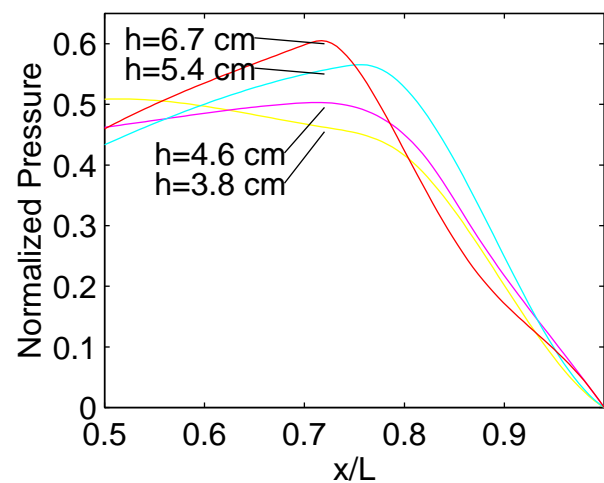
# Sandhaufen



## Druck auf den Untergrund



Rapssamen



Seesand

Jotaki et. al., Journal of the Society of Powder Technology, Japan **16**, 184 (1979)

Huntley, Phys. Rev. E **48**, 4099 (1993)



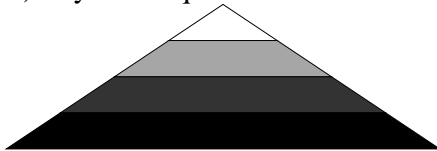
# DIP

Druckminimum in der Mitte des Haufens → **DIP**

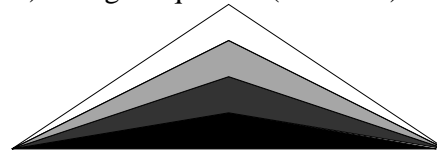
Abhängigkeit des DIPs von

- der Form des Sandhaufens
- der Erzeugung des Sandhaufens
- der Entstehungsgeschichte
- der Teilchengometrie

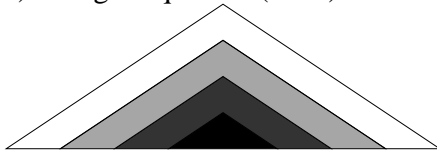
a) Layered sequence



b) Wedge sequence (after Lee)



c) Wedge sequence (ideal)

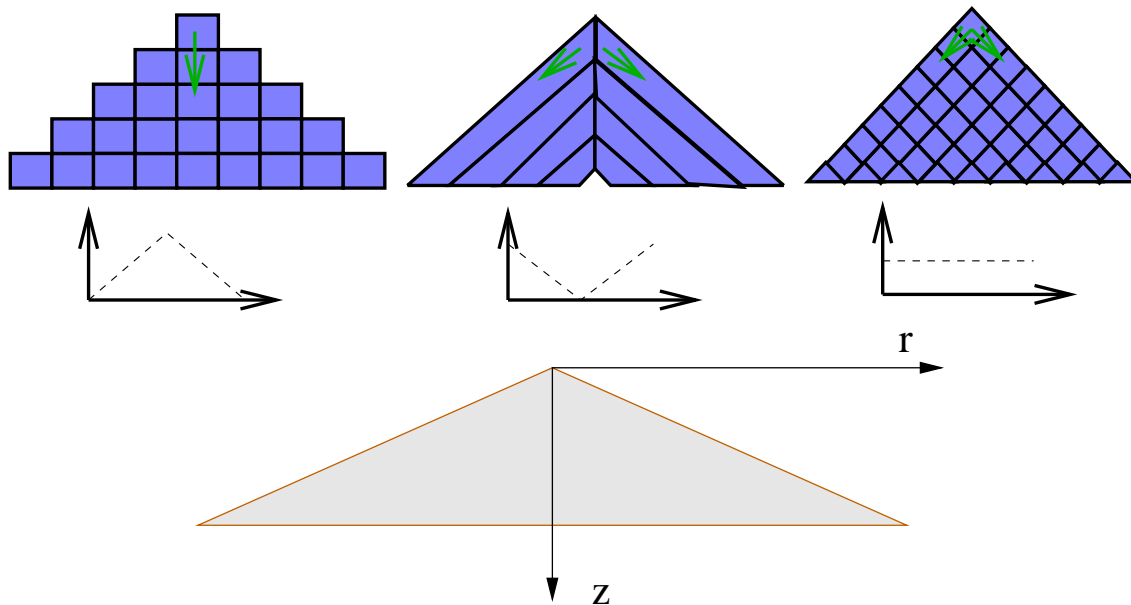


d) Wedge sequence (real)





## Theorie



$$\partial_r \sigma_{rr} + \partial_z \sigma_{rz} = 0$$

$$\partial_r \sigma_{rz} + \partial_z \sigma_{zz} = \rho g$$

2 Gleichungen — 3 Unbekannte

Das **HOOKEsche Gesetz** ist bei Granulaten nicht durchgängig gültig.

→ Beziehung zwischen den Elementen des Spannungstensors suchen.



## 1. IFE Incipient Failure Everywhere Annahme:

Der Sandhaufen ist in jedem Punkt am abrutschen

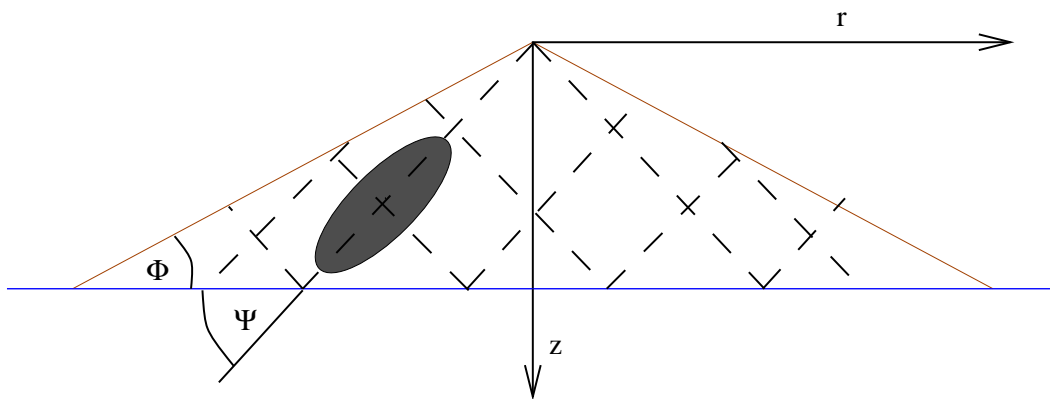
→ Die **Hauptspannungen** haben ein festes Verhältnis

## 2. BCC Bouchaud, Cates und Claudin

Annahme:

$$\frac{\sigma_{rr}}{\sigma_{zz}} \equiv \eta \quad (1)$$

3. FPA Fixed Principal Axis Annahme: Die Hauptachse des Spannungstensors hat eine feste Neigung



J.P. Wittmer et al. cond-mat9607097



## 2D MD-Simulation

### Teilchenmodellierung

- "weiche" Teilchen
- Polygone statt Kugeln/Kreisen
- Unordnung: Teilchenform und -größe

### Kraftgesetze

- Kontaktkraft
- statische Reibung
- Dissipation

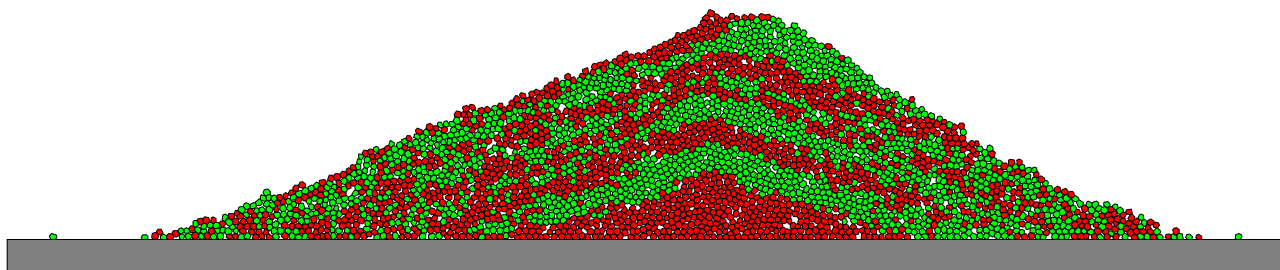
### DGL-Solver

- Höhere Ordnung: Weniger Rechenzeit
- Gear-Prediktor-Korrektor: Hohe Stabilität

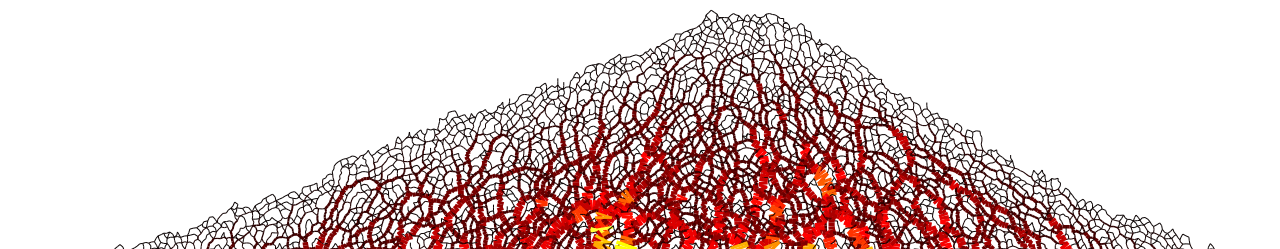
### Numerik

- Laufzeit  $\propto$  Teilchenzahl
- Laufzeit const. für beliebige Eckenanzahl

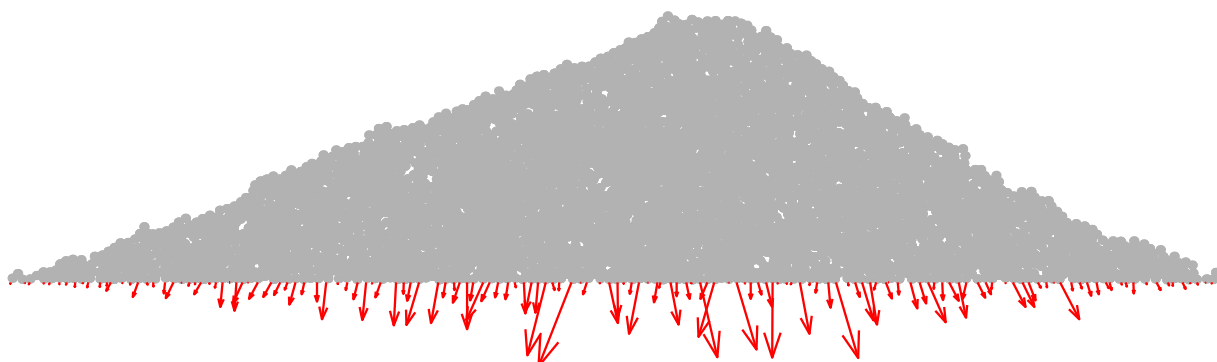
## History



## Kraftnetzwerk

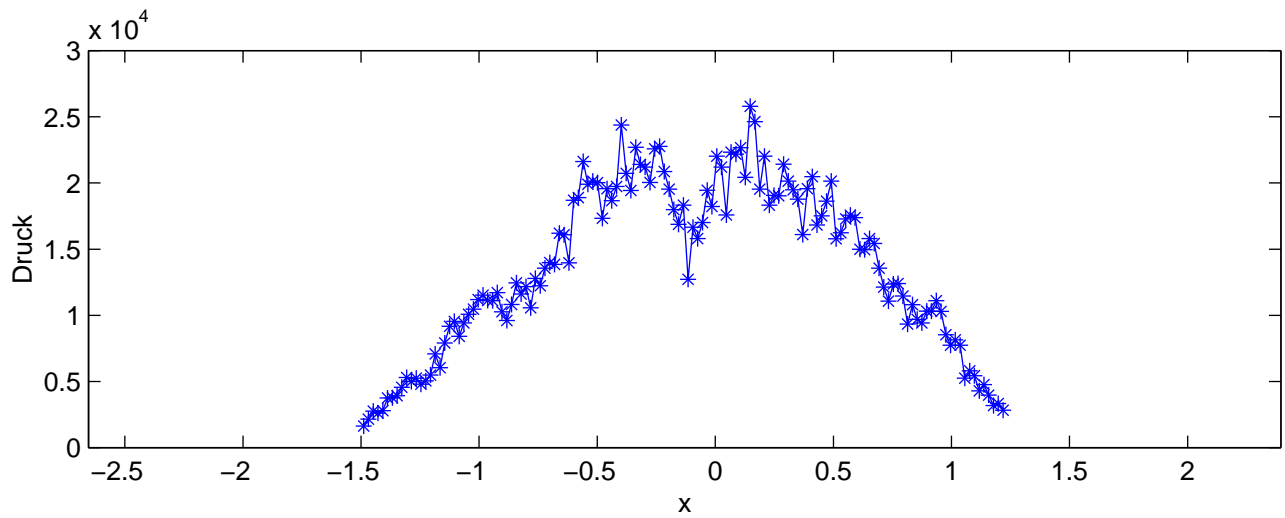


## Kraft auf den Untergrund



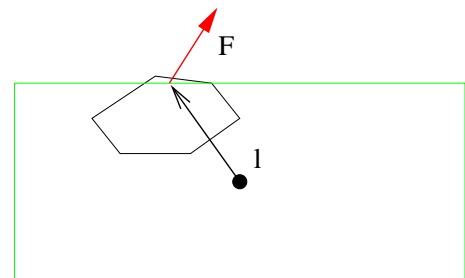


# Druck auf den Untergrund

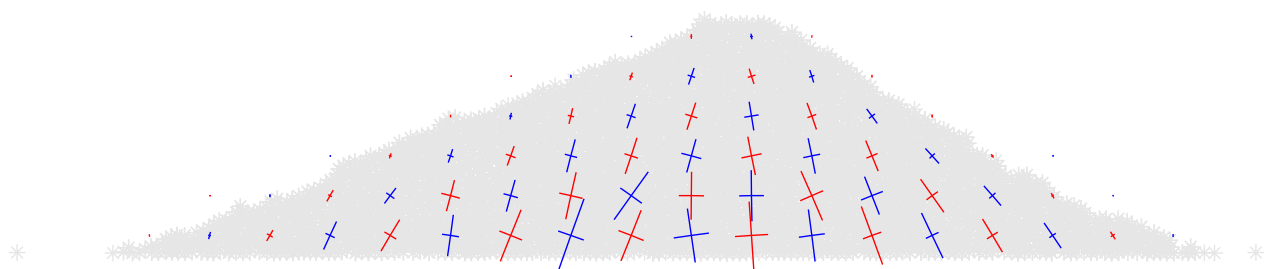


Berechnung des Spannungstensors

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{2V} \sum (l_i F_j + l_j F_i)$$

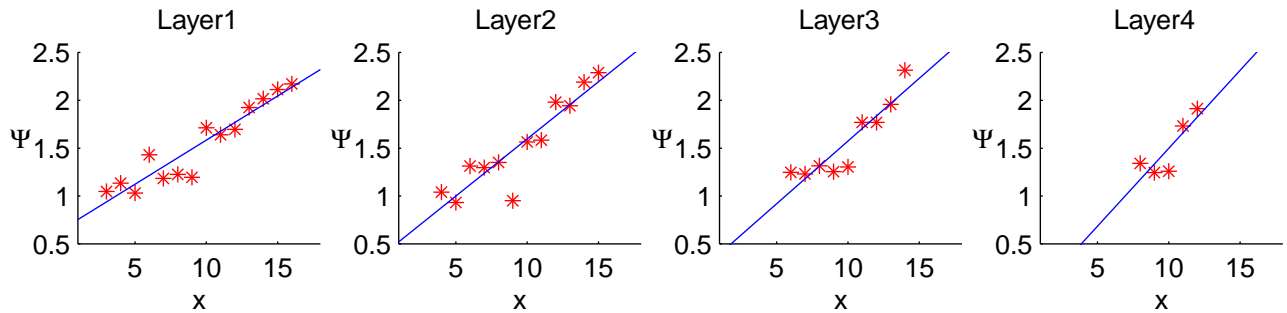


## Spannungstensoren

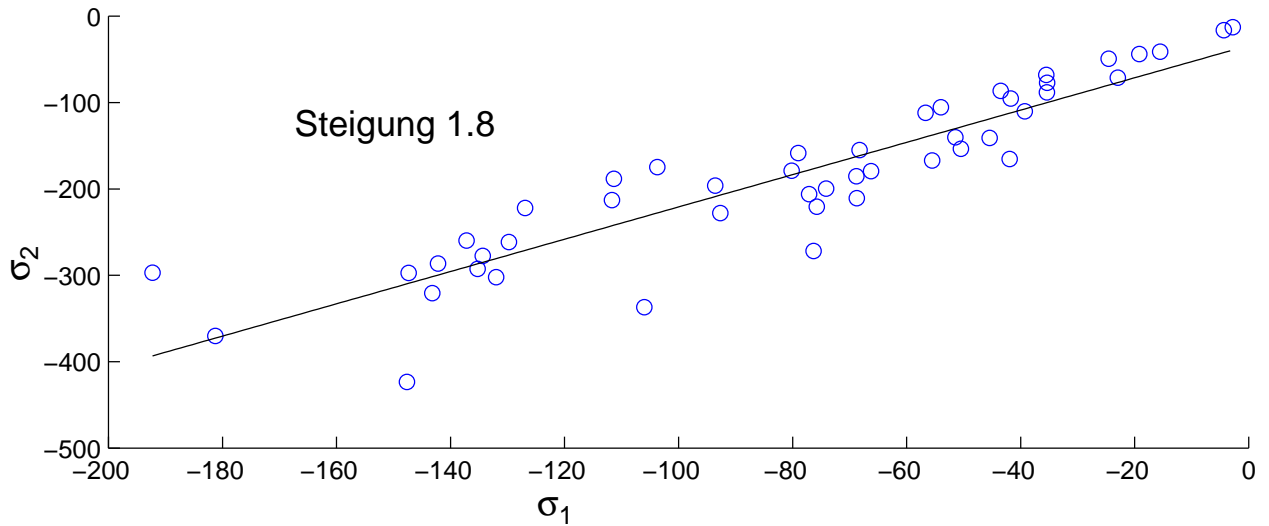


# Komponenten des Spannungstensors

## Neigung der Hauptachse des Spannungstensors



## Verhältnis der Diagonalelemente im Hauptachsensystem





## Zusammenfassung

1. Ein DIP ist zu beobachten, trotz starren Untergrundes.  
siehe H.-G. Matuttis, Simulation of the pressure distribution under a two-dimensional heap of polygonal particles, **Granular Matter**
2. **IFE-Annahme** ist physikalisch nicht motiviert.
3. Die gefundenen Spannungstensoren widersprechen der **FPA-Annahme**.
4. Die Hauptspannungen sind zueinander proportional.
5. Der Winkel der Hauptachse ändert sich im Inneren linear.